Equipo de Cátedra: TANIA N. GIMENEZ • LUIS A. MICUCCI • PABLO GIROLLET

Trabajo Práctico N$^{\text{ro}}$ 3. Expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones.

Ej. 1 — Verificar las siguientes igualdades operando algebraicamente.

a. $6a-(4a-3)=2a+3$

b. $2a-[x+(x-3a)-(9a-5x)]=14a-7x$

c. $3x+[2x-4y(6-4x)]+2y-(3-x+3y)=6x+16xy-25y-3$

Ej. 2 — Hallar el valor numérico cada una de las siguientes expresiones algebraicas.

a. $-2ab$ cuando $a=3$ y $b=1$.

b. $2a-3b-5c$ cuando $a=4,\ b=-2,$ y $c=10$.

c. $5ab-2(a-c)+3b$ cuando $a=-1,\ b=5,$ y $c=-3$.

Ej. 3 — Factorizar las siguientes expresiones algebraicas.

a. x^2-x **b.** a^2-4b^2 **c.** $x^2+10x+25$

d. $9x^2+6xb+b^2$ **e.** $4a^6-25b^4$ **f.** $25a^3b^2-10a^5b^2+5a^2b^3$

g. a^4-x^4 **h.** $\frac{1}{9}m^4-\frac{4}{25}a^2b^6$

Ej. 4 — Simplificar las siguientes fracciones algebraicas.

a. $\frac{x+5}{x-5}-\frac{x-5}{x+5}$ **b.** $\frac{2x-3}{2-x}\cdot\frac{x-2}{3-2x}$

c. $\frac{8x}{x^2-1}\cdot\frac{(x-1)^2}{8x+2x^2}$ **d.** $\dfrac{\frac{8x-20}{x^2-4x+4}}{\frac{10-4x}{4-x^2}}$

Ej. 5 — Verificar en cada caso si el valor indicado es solución de la ecuación dada.

a. $4x-2=18,\ \ x=5$ **b.** $3x+7=2x-3,\ \ x=6$

c. $3z-2=z,\ \ z=1$ **d.** $(s-1)(s+2)=0,\ s=-2$

Ej. 6 — Resolver las siguientes ecuaciones.

a. $8x=24$ **b.** $3x=2$ **c.** $\frac{x}{5}=4$ **d.** $9x=0$ **e.** $\frac{2}{3}x=6$

Ej. 7 — Resolver las siguientes ecuaciones.

a. $11x+2=24$

b. $4x-1=9x+3$

c. $2(1-x)=3(1+2x)+5$

d. $\dfrac{x}{10}=\dfrac{3}{5}x+2$

e. $x-2[1-3(2x+4)]=61$

f. $\dfrac{x+6}{x-6}=2$

g. $\dfrac{(x-2)(x+4)}{x-3}=0$

h. $(x+7)(x-1)=0$

Ej. 8 — Determinar el conjunto solución de las siguientes inecuaciones. Escribir las soluciones en notación de intervalo.

a. $x-1\geq 2x+3$

b. $6x-2\leq 6x+7$

c. $5x+3\leq 5x-2$

d. $\dfrac{3x-1}{2-x}\leq 3$

e. $\dfrac{3x-2}{3}\leq \dfrac{1}{6}-2x$

f. $(4+x)(3-x)>0$

g. $\dfrac{3}{x-9}>\dfrac{2}{x+2}$

h. $\dfrac{1-x}{2x+3}<-\dfrac{3}{2}$

i. $7(x+3)-5(x-3)\geq 2(x+20)-4$

Ej. 9 — Indicar una representación simbólica de las siguientes expresiones.

a. El consecutivo de un número entero.

b. El doble de un número.

c. La cuarta parte de un número.

d. Las dos terceras partes de un número.

e. El promedio de dos números.

f. El doble de un número más el triple de otro.

Ej. 10 — Resolver los siguientes problemas.

a. Determina tres enteros consecutivos cuya suma sea 78.

b. La suma de dos números pares consecutivos es 26. ¿Cuáles son dichos números?

c. Una persona tiene igual cantidad de billetes de \$50, \$100 y \$200. Si en total tiene \$3500, ¿cuántos billetes de cada valor tiene?

d. Un pintor debe preparar 850 ml de pintura para metales compuesta por 2 partes de pintura concentrada y 3 partes de diluyente. ¿Qué cantidad necesita de cada una?

e. Un comerciante revende un producto, que compra a \$2400 y luego vende a \$3000. Si alquila un local a \$15000, ¿cuántas unidades necesita vender para cubrir el costo del alquiler?

Ej. 11 — Indicar una representación mediante desigualdades para las siguientes expresiones.

a. El número real está entre 4 y 12.

b. Si un número se le restan 3 unidades, el resultado es positivo y menor que 10.

c. Una temperatura agradable para ir a escalar es entre 20° y 25°.

Ej. 12 — **a.** Si 6 veces un número se disminuye en 2, el resultado es menor que 19. ¿Qué puede concluirse sobre el número?

b. En un montacargas el peso máximo admitido es de 300 kg. Si un operario que pesa 80 kg debe subir cajas que pesan 11 kg cada una, ¿cuántas cajas puede subir como máximo?

c. Repetir el inciso anterior si cada caja pesa 12 kg.

d. Un comerciante tiene costos fijos de \$ 3000 y compra productos a \$ 350 por unidad. Si luego los vende a \$ 470, ¿cuántos debe vender para no tener pérdidas?

Solución del ejercicio 1

a.

$$\begin{aligned}
6a-(4a-3) &= 2a+3 \\
6a-4a+3 &= 2a+3 && \text{(Distribuimos el signo negativo)} \\
(6a-4a)+3 &= 2a+3 && \text{(Agrupamos términos semejantes)} \\
2a+3 &= 2a+3 && \text{(Simplificamos)} \\
2a+3-2a &= 2a+3-2a && \text{(Restamos } 2a \text{ en ambos lados)} \\
3 &= 3 && \text{(Simplificamos)}
\end{aligned}$$

La igualdad se cumple, ya que $3=3$ es una identidad.

b.

$$\begin{aligned}
2a-[x+(x-3a)-(9a-5x)] &= 14a-7x \\
2a-[x+x-3a-9a+5x] &= 14a-7x && \text{(Resolvemos dentro de los paréntesis)} \\
2a-[(x+x+5x)+(-3a-9a)] &= 14a-7x && \text{(Agrupamos términos semejantes)} \\
2a-[7x-12a] &= 14a-7x && \text{(Simplificamos)} \\
2a-7x+12a &= 14a-7x && \text{(Distribuimos el signo negativo)} \\
(2a+12a)-7x &= 14a-7x && \text{(Agrupamos términos semejantes)} \\
14a-7x &= 14a-7x && \text{(Simplificamos)}
\end{aligned}$$

La igualdad se cumple, ya que $14a-7x=14a-7x$ es una identidad.

c.

$$\begin{aligned}
3x+[2x-4y(6-4x)]+2y-(3-x+3y) &= 6x+16xy-25y-3 \\
3x+[2x-4y\cdot 6+4y\cdot 4x]+2y-(3-x+3y) &= 6x+16xy-25y-3 && \text{(Distribuimos } 4y\text{)} \\
3x+[2x-24y+16xy]+2y-(3-x+3y) &= 6x+16xy-25y-3 && \text{(Simplificamos)} \\
3x+2x-24y+16xy+2y-(3-x+3y) &= 6x+16xy-25y-3 && \text{(Eliminamos corchetes)} \\
3x+2x-24y+16xy+2y-3+x-3y &= 6x+16xy-25y-3 \\
& && \text{(Distribuimos el signo negativo)} \\
(3x+2x+x)+16xy+(-24y+2y-3y)-3 &= 6x+16xy-25y-3 \\
& && \text{(Agrupamos términos semejantes)} \\
6x+16xy-25y-3 &= 6x+16xy-25y-3 && \text{(Simplificamos)}
\end{aligned}$$

La igualdad se cumple ya que $6x+16xy-25y-3=6x+16xy-25y-3$ es una identidad.

Solución del ejercicio 2

a. $-2ab$ cuando $a = 3$ y $b = 1$

$$\begin{aligned} -2ab &= -2 \cdot a \cdot b && \text{(Expresión dada)} \\ &= -2 \cdot 3 \cdot 1 && \text{(Sustituimos } a = 3,\ b = 1\text{)} \\ &= -6 && \text{(Multiplicamos)} \\ &= \boxed{-6} && \text{(Resultado)} \end{aligned}$$

b. $2a - 3b - 5c$ cuando $a = 4$, $b = -2$, y $c = 10$

$$\begin{aligned} 2a - 3b - 5c &= 2 \cdot 4 - 3 \cdot (-2) - 5 \cdot 10 && \text{(Sustituimos } a = 4,\ b = -2,\ c = 10\text{)} \\ &= 8 - (-6) - 50 && \text{(Multiplicamos)} \\ &= 8 + 6 - 50 && \text{(Simplificamos el doble signo)} \\ &= 14 - 50 && \text{(Sumamos)} \\ &= \boxed{-36} && \text{(Resultado)} \end{aligned}$$

c. $5ab - 2(a - c) + 3b$ cuando $a = -1$, $b = 5$, y $c = -3$

$$\begin{aligned} 5ab - 2(a - c) + 3b &= 5 \cdot (-1) \cdot 5 - 2 \cdot ((-1) - (-3)) + 3 \cdot 5 && \text{(Sustituimos } a = -1,\ b = 5,\ c = -3\text{)} \\ &= -5 \cdot 5 - 2 \cdot (-1 + 3) + 15 && \text{(Simplificamos dentro del paréntesis)} \\ &= -25 - 2 \cdot 2 + 15 && \text{(Multiplicamos)} \\ &= -25 - 4 + 15 && \text{(Multiplicamos)} \\ &= -29 + 15 && \text{(Sumamos de izquierda a derecha)} \\ &= \boxed{-14} && \text{(Resultado)} \end{aligned}$$

Solución del ejercicio 3

a.

$$\begin{aligned} x^2 - x &= x \cdot x - x \cdot 1 && \text{(Reescribimos)} \\ &= x(x - 1) && \text{(Extraemos factor común } x\text{)} \end{aligned}$$

Resultado: $\boxed{x(x-1)}$.

b.

$$\begin{aligned} a^2 - 4b^2 &= a^2 - (2b)^2 && \text{(Reconocemos diferencia de cuadrados)} \\ &= (a - 2b)(a + 2b) && \text{(Aplicamos } x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)\text{)} \end{aligned}$$

Resultado: $\boxed{(a-2b)(a+2b)}$.

c.

$$\begin{aligned} x^2 + 10x + 25 &= x^2 + 2 \cdot 5 \cdot x + 5^2 && \text{(Reconocemos trinomio cuadrado perfecto)} \\ &= (x + 5)^2 && \text{(Aplicamos } x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2\text{)} \end{aligned}$$

Resultado: $\boxed{(x+5)^2}$.

d. $$9x^2+6xb+b^2 = (3x)^2+2\cdot 3x\cdot b+b^2 \qquad \text{(Reconocemos trinomio cuadrado perfecto)}$$
$$= (3x+b)^2 \qquad \text{(Aplicamos } x^2+2xy+y^2=(x+y)^2\text{)}$$

Resultado: $\boxed{(3x+b)^2}$.

e. $$4a^6-25b^4 = (2a^3)^2-(5b^2)^2 \qquad \text{(Reconocemos diferencia de cuadrados)}$$
$$= (2a^3-5b^2)(2a^3+5b^2) \qquad \text{(Aplicamos } x^2-y^2=(x-y)(x+y)\text{)}$$

Resultado: $\boxed{(2a^3-5b^2)(2a^3+5b^2)}$.

f. $$25a^3b^2-10a^5b^2+5a^2b^3 = 5a^2b^2(5a)-5a^2b^2(2a^3)+5a^2b^2(b) \qquad \text{(Reescribimos términos)}$$
$$= 5a^2b^2(5a-2a^3+b) \qquad \text{(Extraemos factor común } 5a^2b^2\text{)}$$

Resultado: $\boxed{5a^2b^2(5a-2a^3+b)}$.

g. $$a^4-x^4 = (a^2)^2-(x^2)^2 \qquad \text{(Reconocemos diferencia de cuadrados)}$$
$$= (a^2-x^2)(a^2+x^2) \qquad \text{(Aplicamos } x^2-y^2=(x-y)(x+y)\text{)}$$
$$= (a-x)(a+x)(a^2+x^2) \qquad \text{(Factorizamos } a^2-x^2 \text{ nuevamente)}$$

Resultado: $\boxed{(a-x)(a+x)(a^2+x^2)}$.

h. $$\frac{1}{9}m^4-\frac{4}{25}a^2b^6 = \left(\frac{1}{3}m^2\right)^2-\left(\frac{2}{5}ab^3\right)^2 \qquad \text{(Reconocemos diferencia de cuadrados)}$$
$$= \left(\frac{1}{3}m^2-\frac{2}{5}ab^3\right)\left(\frac{1}{3}m^2+\frac{2}{5}ab^3\right) \qquad \text{(Aplicamos } x^2-y^2=(x-y)(x+y)\text{)}$$

Resultado: $\boxed{\left(\frac{1}{3}m^2-\frac{2}{5}ab^3\right)\left(\frac{1}{3}m^2+\frac{2}{5}ab^3\right)}$.

Solución del ejercicio 4

a.

$$\frac{x+5}{x-5}-\frac{x-5}{x+5}=\frac{(x+5)(x+5)-(x-5)(x-5)}{(x-5)(x+5)} \qquad \text{(Obtener denominador común)}$$

$$=\frac{(x^2+10x+25)-(x^2-10x+25)}{(x-5)(x+5)} \qquad \text{(Expandir numeradores)}$$

$$=\frac{x^2+10x+25-x^2+10x-25}{(x-5)(x+5)} \qquad \text{(Distribuir el signo negativo)}$$

$$=\boxed{\frac{20x}{(x-5)(x+5)}} \qquad \text{(Simplificar términos semejantes)}$$

b.

$$\frac{2x-3}{2-x}\cdot\frac{x-2}{3-2x}=\frac{(2x-3)(x-2)}{(2-x)(3-2x)} \qquad \text{(Multiplicar numeradores y denominadores)}$$

$$=\frac{(2x-3)(x-2)}{(-1)(x-2)(-1)(-3+2x)}$$

(Factorizar denominador: $2-x=(-1)(x-2)$, $3-2x=(-1)(-3+2x)$)

$$=\frac{(2x-3)(x-2)}{(-1)(x-2)(-1)(2x-3)} \qquad \text{(Reorganizar términos en el denominador)}$$

$$=\frac{\cancelto{1}{(2x-3)}\cancelto{1}{(x-2)}}{(-1)\cancelto{1}{(x-2)}(-1)\cancelto{1}{(2x-3)}}$$

(Cancelar términos en el numerador y el denominador)

$$=\frac{1}{-1\cdot(-1)} \qquad \text{(Operar)}$$

$$=\boxed{1}$$

c.

$$\frac{8x}{x^2-1}\cdot\frac{(x-1)^2}{8x+2x^2}=\frac{8x(x-1)^2}{(x^2-1)(8x+2x^2)} \qquad \text{(Multiplicar numeradores y denominadores)}$$

$$=\frac{8x(x-1)^2}{(x-1)(x+1)\cdot 2x(4+x)}$$

(Factorizar: $x^2-1=(x-1)(x+1)$, $8x+2x^2=2x(4+x)$)

$$=\frac{8x(x-1)^2}{2x(x-1)(x+1)(x+4)} \qquad \text{(Reorganizar términos)}$$

$$=\frac{\cancelto{4}{8}\cancelto{1}{x}(x-1)^{\cancel{2}}}{\cancelto{1}{2}\cancelto{1}{x}\cancel{(x-1)}(x+1)(x+4)}$$

(Cancelar factores comunes en el nu-) merador y denominador y simplificar

$$=\boxed{\frac{4(x-1)}{(x+1)(x+4)}} \qquad \text{(Resultado final)}$$

d.
$$\frac{\frac{8x-20}{x^2-4x+4}}{\frac{10-4x}{4-x^2}} = \frac{8x-20}{x^2-4x+4}\cdot\frac{4-x^2}{10-4x} \qquad \text{(Multiplicar por el inverso de la fracción inferior)}$$

$$= \frac{8x-20}{(x-2)^2}\cdot\frac{4-x^2}{10-4x} \qquad \text{(Factorizar: } x^2-4x+4=(x-2)^2\text{)}$$

$$= \frac{4(2x-5)}{(x-2)^2}\cdot\frac{(2-x)(2+x)}{2(5-2x)}$$
$$\text{(Factorizar: } 8x-20=4(2x-5),\ 4-x^2=(2-x)(2+x),\ 10-4x=2(5-2x)\text{)}$$

$$= \frac{4(2x-5)\cdot(2-x)(2+x)}{(x-2)^2\cdot 2(5-2x)} \qquad \text{(Reorganizar términos)}$$

$$= \frac{4\cdot(-1)\cdot(5-2x)\cdot(-1)\cdot(x-2)\cdot(2+x)}{(x-2)^2\cdot 2(5-2x)}$$
$$\text{(Reescribir: } 2x-5=-1(5-2x),\ 2-x=-1(x-2)\text{)}$$

$$= \frac{4(5-2x)(x-2)(2+x)}{2(x-2)(x-2)(5-2x)} \qquad \text{(Expandir denominador y ajustar signos)}$$

$$= \frac{4(2+x)}{2(x-2)} \qquad \text{(Cancelar términos comunes: } 5-2x,\ x-2 \text{ y } 2\text{)}$$

$$= \boxed{\frac{2(x+2)}{x-2}} \qquad \text{(Resultado final)}$$

Solución del ejercicio 5

a. Verificar si $x=5$ es solución de $4x-2=18$

$$4(5)-2 \stackrel{?}{=} 18 \qquad \text{(Sustituir } x=5 \text{ en la ecuación)}$$
$$20-2 \stackrel{?}{=} 18$$
$$18=18 \qquad \text{(Comparar ambos lados)}$$

Por lo tanto, $x=5$ es solución de la ecuación.

b. Verificar si $x=6$ es solución de $3x+7=2x-3$

$$3(6)+7 \stackrel{?}{=} 2(6)-3 \qquad \text{(Sustituir } x=6 \text{ en la ecuación)}$$
$$18+7 \stackrel{?}{=} 12-3$$
$$25 \neq 9 \qquad \text{(Comparar ambos lados)}$$

Por lo tanto, $x=6$ no es solución de la ecuación.

c. Verificar si $z=1$ es solución de $3z-2=z$

$$3(1)-2 \stackrel{?}{=} 1 \qquad \text{(Sustituir } z=1 \text{ en la ecuación)}$$
$$3-2 \stackrel{?}{=} 1$$
$$1=1 \qquad \text{(Comparar ambos lados)}$$

$\boxed{\text{Por lo tanto, } z = 1 \text{ es solución de la ecuación.}}$

d. Verificar si $s = -2$ es solución de $(s-1)(s+2) = 0$

$$\begin{aligned} (-2-1)(-2+2) &\stackrel{?}{=} 0 && \text{(Sustituir } s = -2 \text{ en la ecuación)} \\ (-3)(0) &\stackrel{?}{=} 0 \\ 0 &= 0 && \text{(Comparar ambos lados)} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Por lo tanto, } s = -2 \text{ es solución de la ecuación.}}$

Solución del ejercicio 6

a.

$$\begin{aligned} 8x &= 24 && \text{(Ecuación dada)} \\ x &= \frac{24}{8} && \text{(Dividir ambos lados entre 8)} \\ x &= \boxed{3} && \text{(Simplificar)} \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} 3x &= 2 && \text{(Ecuación dada)} \\ x &= \boxed{\frac{2}{3}} && \text{(Dividir ambos lados entre 3)} \end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned} \frac{x}{5} &= 4 && \text{(Ecuación dada)} \\ x &= 4 \cdot 5 && \text{(Multiplicar ambos lados por 5)} \\ x &= 20 && \text{(Simplificar)} \end{aligned}$$

d.

$$\begin{aligned} 9x &= 0 && \text{(Ecuación dada)} \\ x &= \frac{0}{9} && \text{(Dividir ambos lados entre 9)} \\ x &= \boxed{0} && \text{(Simplificar)} \end{aligned}$$

e.

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x &= 6 && \text{(Ecuación dada)} \\ x &= 6 \cdot \frac{3}{2} && \text{(Multiplicar ambos lados por el inverso de } \tfrac{2}{3}\text{, que es } \tfrac{3}{2}\text{)} \\ x &= \frac{18}{2} && \text{(Multiplicar)} \\ x &= \boxed{9} && \text{(Simplificar)} \end{aligned}$$

Solución del ejercicio 7

a.

$$\begin{aligned} 11x + 2 &= 24 && \text{(Ecuación dada)} \\ 11x &= 24 - 2 && \text{(Restar 2 a ambos lados)} \\ 11x &= 22 && \text{(Simplificar)} \\ x &= \frac{22}{11} && \text{(Dividir ambos lados entre 11)} \\ x &= \boxed{2} && \text{(Simplificar)} \end{aligned}$$

b.

$$
\begin{aligned}
4x - 1 &= 9x + 3 && \text{(Ecuación dada)}\\
4x - 9x &= 3 + 1 && \text{(Restar } 9x \text{ y sumar 1 a ambos lados)}\\
-5x &= 4 && \text{(Simplificar)}\\
x &= \frac{4}{-5} && \text{(Dividir ambos lados entre } -5\text{)}\\
x &= \boxed{-\frac{4}{5}} && \text{(Simplificar)}
\end{aligned}
$$

c.

$$
\begin{aligned}
2(1 - x) &= 3(1 + 2x) + 5 && \text{(Ecuación dada)}\\
2 - 2x &= 3 + 6x + 5 && \text{(Distribuir en ambos lados)}\\
2 - 2x &= 8 + 6x && \text{(Simplificar el lado derecho)}\\
2 - 8 &= 6x + 2x && \text{(Restar 8 y sumar } 2x \text{ a ambos lados)}\\
-6 &= 8x && \text{(Simplificar)}\\
x &= \frac{-6}{8} && \text{(Dividir ambos lados entre 8)}\\
x &= \boxed{-\frac{3}{4}} && \text{(Simplificar)}
\end{aligned}
$$

d.

$$
\begin{aligned}
\frac{x}{10} &= \frac{3}{5}x + 2 && \text{(Ecuación dada)}\\
\frac{x}{10} - \frac{3}{5}x &= 2 && \text{(Restar } \tfrac{3}{5}x \text{ a ambos lados)}\\
\frac{x}{10} - \frac{6x}{10} &= 2 && \text{(Convertir } \tfrac{3}{5}x = \tfrac{6}{10}x \text{ para denominador común)}\\
\frac{x - 6x}{10} &= 2 && \text{(Combinar fracciones)}\\
\frac{-5x}{10} &= 2 && \text{(Simplificar numerador)}\\
-5x &= 20 && \text{(Multiplicar ambos lados por 10)}\\
x &= \frac{20}{-5} && \text{(Dividir ambos lados entre } -5\text{)}\\
x &= \boxed{-4} && \text{(Simplificar)}
\end{aligned}
$$

e.

$$\begin{aligned}
x-2[1-3(2x+4)] &= 61 && \text{(Ecuación dada)}\\
x-2[1-6x-12] &= 61 && \text{(Distribuir } -3 \text{ dentro del paréntesis)}\\
x-2[-11-6x] &= 61 && \text{(Simplificar dentro de los corchetes)}\\
x+22+12x &= 61 && \text{(Distribuir } -2 \text{ y simplificar)}\\
13x+22 &= 61 && \text{(Combinar términos semejantes)}\\
13x &= 61-22 && \text{(Restar 22 a ambos lados)}\\
13x &= 39 && \text{(Simplificar)}\\
x &= \frac{39}{13} && \text{(Dividir ambos lados entre 13)}\\
x &= \boxed{3} && \text{(Simplificar)}
\end{aligned}$$

f.

$$\begin{aligned}
\frac{x+6}{x-6} &= 2 && \text{(Ecuación dada)}\\
x+6 &= 2(x-6) && \text{(Multiplicar ambos lados por } x-6 \text{ (asumiendo } x\neq 6))\\
x+6 &= 2x-12 && \text{(Distribuir en el lado derecho)}\\
x-2x &= -12-6 && \text{(Restar } 2x \text{ y 6 a ambos lados)}\\
-x &= -18 && \text{(Simplificar)}\\
x &= \boxed{18} && \text{(Dividir ambos lados entre } -1)
\end{aligned}$$

Nota. Como el valor anterior obtenido para x es distinto de 6, la solución es válida.

g.

$$\begin{aligned}
\frac{(x-2)(x+4)}{x-3} &= 0 && \text{(Ecuación dada)}\\
(x-2)(x+4) &= 0 && \text{(Multiplicar ambos lados por } x-3 \text{ (asumiendo } x\neq 3))\\
x-2=0 \quad &\text{o} \quad x+4=0 && \text{(Aplicar propiedad de producto igual a cero)}\\
x=\boxed{2} \quad &\text{o} \quad x=\boxed{-4} && \text{(Resolver cada caso)}
\end{aligned}$$

Nota. Como los dos valores anteriores obtenidos para x son distintos de 3, ambas soluciones son válidas.

h.

$$\begin{aligned}
(x+7)(x-1) &= 0 && \text{(Ecuación dada)}\\
x+7=0 \quad &\text{o} \quad x-1=0 && \text{(Aplicar propiedad de producto igual a cero)}\\
x=\boxed{-7} \quad &\text{o} \quad x=\boxed{1} && \text{(Resolver cada caso)}
\end{aligned}$$

Solución del ejercicio 8

a.

$$x - 1 \geq 2x + 3 \qquad \text{(Inecuación dada)}$$
$$x - 2x \geq 3 + 1 \qquad \text{(Restar } 2x \text{ y sumar 1 a ambos lados)}$$
$$-x \geq 4 \qquad \text{(Simplificar)}$$
$$x \leq -4 \qquad \text{(Multiplicar por } -1 \text{ y cambiar el sentido de la desigualdad)}$$

Conjunto solución: $(-\infty, -4]$

b.

$$6x - 2 \leq 6x + 7 \qquad \text{(Inecuación dada)}$$
$$-2 \leq 7 \qquad \text{(Restar } 6x \text{ a ambos lados)}$$
$$-2 \leq 7 \qquad \text{(Simplificar)}$$

Como $-2 \leq 7$ es siempre cierto, el conjunto solución es $(-\infty, \infty)$ (todos los números reales).

c.

$$5x + 3 \leq 5x - 2 \qquad \text{(Inecuación dada)}$$
$$3 \leq -2 \qquad \text{(Restar } 5x \text{ a ambos lados)}$$
$$3 \leq -2 \qquad \text{(Simplificar)}$$

Como $3 \leq -2$ es siempre falso, el conjunto solución es $\emptyset$ (conjunto vacío, ningún valor satisface la inecuación).

d. Para resolver este apartado vamos a realizar *análisis de signo* para la expresión dada. Ello requiere expresar la desigualdad original $\frac{3x-1}{2-x} \leq 3$ de manera que nos quede una *expresión racional* en uno de los lados de la desigualdad y *cero* del otro lado:

$$\frac{3x-1}{2-x} \leq 3 \qquad \text{(Inecuación dada } (x \neq 2))$$
$$\frac{3x-1}{2-x} - 3 \leq 0 \qquad \text{(Restar 3 en ambos miembros)}$$
$$\frac{3x-1-3(2-x)}{2-x} \leq 0 \qquad \text{(Denominador común)}$$
$$\frac{3x-1-6+3x}{2-x} \leq 0 \qquad \text{(Distribuir)}$$
$$\frac{6x-7}{2-x} \leq 0 \qquad \text{(Simplificar)}$$

Paso 1. **Puntos críticos** A continuación identificaremos los **puntos críticos**. La expresión $\frac{6x-7}{2-x} \leq 0$ será igual a cero o indefinida en ciertos puntos:

- **Numerador igual a cero**: $6x - 7 = 0$

$$6x = 7 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{7}{6}$$

- **Denominador igual a cero**: $2-x=0$

$$x=2$$

Estos puntos ($x=\frac{7}{6}$ y $x=2$) dividen la recta numérica en tres intervalos: $\left(-\infty,\frac{7}{6}\right)$, $\left(\frac{7}{6},2\right)$, y $(2,+\infty)$. Además, $x=2$ no está en el dominio (el denominador no puede ser cero), pero $x=\frac{7}{6}$ sí está incluido porque satisface la desigualdad con igualdad.

Paso 2. **Diagrama de signos**. Determinemos el signo de $\frac{6x-7}{2-x}$ en cada intervalo, analizando el numerador $(6x-7)$ y el denominador $(2-x)$ por separado.

Para ello se deben evaluar estas dos expresiones para valores de x pertenecientes a cada uno de los intervalos mencionados. El signo que tenga cada expresión evaluada en ese valor de x seleccionado, será el signo que tenga dicha expresión en todo el intervalo. Evantualmente sólo cambiará el signo al "pasar" de un lado al otro de un punto crítico.

Por ejemplo, tomemos $x=0$, valor que se encuentra en el intervalo $\left(-\infty,\frac{7}{6}\right)$. Entonces:

$$6\cdot 0-7=-7<0$$

Es decir, tomamos un valor para x dentro del intervalo $\left(-\infty,\frac{7}{6}\right)$ (a la izquierda de $\frac{7}{6}$) y obtuvimos que la expresión $6x-7$ es negativa para ese valor. De lo dicho previamente, concluímos que $6x-7$ será negativa para todo x en dicho intervalo. Simbólicamente:

$$6x-7<0, \quad \forall x\in\left(-\infty,\frac{7}{6}\right)$$

Tomemos ahora $x=\frac{3}{2}$, el cual se encuentra en el intervalo $\left(\frac{7}{6},2\right)$. Evaluando en $6x-7$:

$$\cancel{6}^{3}\cdot\frac{3}{\cancel{2}_{1}}-7=9-5=4>0$$

En este caso, tomamos un valor de x dentro del intervalo $\left(\frac{7}{6},2\right)$ (a la derecha de $\frac{7}{6}$) y hemos obtenido un valor positivo para la expresión $6x-7$. De lo afirmado previamente dicha expresión será positiva para todo x dentro de ese intervalo. En símbolos:

$$6x-7>0, \quad \forall x\in\left(\frac{7}{6},2\right)$$

Finalmente tomemos $x=3$, valor que se encuentra en el intervalo $(2,+\infty)$. Evaluando $6x-7$ para este valor:

$$6\cdot 3-7=11>0$$

Teniendo en cuenta este resultado, y lo afirmado previamente, la expresión $6x-7$ será positiva para todo x que pertenezca al intervalo $(2,+\infty)$. Esto se expresa en lenguaje matemático de la siguiente manera:

$$6x-7>0, \quad \forall x\in(2,+\infty)$$

Todo lo dicho se ve reflejado en la segunda columna de la siguiente tabla:

Intervalo	$6x-7$ (numerador)	$2-x$ (denominador)	$\dfrac{6x-7}{2-x}$
$\left(-\infty, \dfrac{7}{6}\right)$	Negativo	Positivo	Negativo
$\left(\dfrac{7}{6}, 2\right)$	Positivo	Positivo	Positivo
$(2, +\infty)$	Positivo	Negativo	Negativo

La misma estrategia debe llevarse adelante con la expresión $2-x$. De hecho, pueden utilizarse los mismos valores de x que han sido utilizados en el análisis anterior para la expresión $6x-7$.

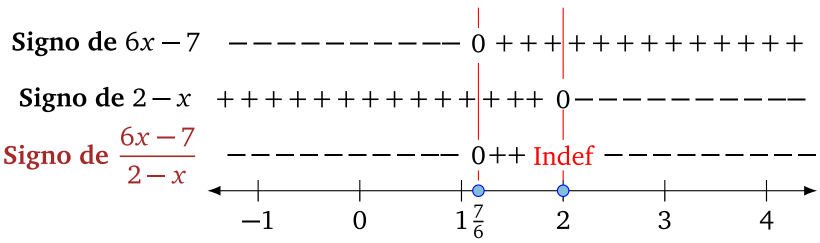
Para el caso del presente apartado, y una vez que se determinó el signo de $6x-7$ y $2-x$ en los intervalos $\left(-\infty, \dfrac{7}{6}\right)$, $\left(\dfrac{7}{6}, 2\right)$, y $(2, +\infty)$, se determina el signo de la expresión $\dfrac{6x-7}{2-x}$ mediante "regla de los signos", considerando los signos de $6x-7$ y $2-x$ establecidos previamente para dichos intervalos .

En síntesis:

- **Numerador** ($6x-7$): Negativo si $x < \dfrac{7}{6}$, positivo si $x > \dfrac{7}{6}$.
- **Denominador** ($2-x$): Positivo si $x < 2$, negativo si $x > 2$.
- **Cociente**: Negativo/Positivo = Negativo, Positivo/Positivo = Positivo, Positivo/Negativo = Negativo.

Paso 3. Diagrama en la recta numérica

El análisis de signos explicado previamente para $6x-7$ y $2-x$ nos sirve para elaborar un gráfico ilustrativo con los signos de estas expresiones y de la expresión dada en el enunciado $\left(\dfrac{6x-7}{2-x}\right)$:



Paso 4. Determinar la solución

Queremos los intervalos donde $\dfrac{6x-7}{2-x} \leq 0$, es decir, donde el cociente sea negativo o cero (ver el diagrama de signos de la recta numérica):

- Negativo en: $\left(-\infty, \dfrac{7}{6}\right)$ y $(2, +\infty)$.
- Cero en: $x = \dfrac{7}{6}$.

Excluimos $x = 2$ (denominador cero). La desigualdad incluye $\leq$, así que incluimos $x = \dfrac{7}{6}$.

Solución preliminar se obtiene al analizar el diagrama de la recta numérica:

$$\left(-\infty, \frac{7}{6}\right] \cup (2, \infty)$$

Verificación

Verificamos en la desigualdad original $\dfrac{3x-1}{2-x} \leq 3$:

- $x = 0$ (en $\left(-\infty, \frac{7}{6}\right]$):
$$\frac{3(0)-1}{2-0} = \frac{-1}{2} = -0,5 \leq 3 \quad \text{(cierto)}$$

- $x = \frac{7}{6}$ (frontera):
$$\frac{3\left(\frac{7}{6}\right)-1}{2-\frac{7}{6}} = \frac{\frac{21}{6}-1}{\frac{12}{6}-\frac{7}{6}} = \frac{\frac{15}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{15}{6}\cdot\frac{6}{5} = 3 \leq 3 \quad \text{(cierto)}$$

- $x = 1,5$ (en $\left(\frac{7}{6}, 2\right)$):
$$\frac{3(1,5)-1}{2-1,5} = \frac{4.5-1}{0,5} = \frac{3,5}{0,5} = 7 > 3 \quad \text{(falso)}$$

- $x = 3$ (en $(2, +\infty)$):
$$\frac{3(3)-1}{2-3} = \frac{9-1}{-1} = \frac{8}{-1} = -8 \leq 3 \quad \text{(cierto)}$$

La verificación coincide con el análisis.

Respuesta final La solución de la desigualdad $\dfrac{3x-1}{2-x} \leq 3$ es:

$$\boxed{\left(-\infty, \frac{7}{6}\right] \cup (2, +\infty)}$$

e.

$$\begin{aligned}
\frac{3x-2}{3} &\leq \frac{1}{6} - 2x && \text{(Inecuación dada)}\\
3x - 2 &\leq \frac{1}{2} - 6x && \text{(Multiplicar ambos lados por 3)}\\
3x + 6x &\leq \frac{1}{2} + 2 && \text{(Sumar } 6x \text{ y 2 a ambos lados)}\\
9x &\leq \frac{5}{2} && \left(\text{Simplificar: } 2 = \frac{4}{2}, \frac{1}{2} + \frac{4}{2} = \frac{5}{2}\right)\\
x &\leq \frac{5}{18} && \left(\text{Dividir entre 9: } \frac{5}{2}\cdot\frac{1}{9} = \frac{5}{18}\right)
\end{aligned}$$

$$\boxed{\text{Conjunto solución: } \left(-\infty, \frac{5}{18}\right]}$$

f. Resolveremos la desigualdad cuadrática $(4+x)(3-x) > 0$ utilizando una *tabla o diagrama de signos*. Para ello determinaremos los puntos críticos, analizaremos los intervalos con una *tabla de signos* y luego analizaremos los resultados de dicha tabla.

Paso 1. Encontrar los puntos críticos. Primero, igualamos la expresión a cero para encontrar las raíces:

$$\begin{aligned} (4+x)(3-x) &= 0 && \text{(Ecuación asociada)} \\ 4+x=0 \quad \text{o} \quad 3-x &= 0 && \text{(Aplicar propiedad de producto igual a cero)} \\ x=-4 \quad \text{o} \quad x &= 3 && \text{(Resolver cada caso)} \end{aligned}$$

Los puntos críticos son $x=-4$ y $x=3$. Estos dividen la recta numérica en tres intervalos: $(-\infty,-4)$, $(-4,3)$ y $(3,\infty)$.

Paso 2. Diagrama de signos. Analizamos el signo de cada factor y del producto en los intervalos definidos por los puntos críticos.
Factores: $4+x$ y $3-x$.

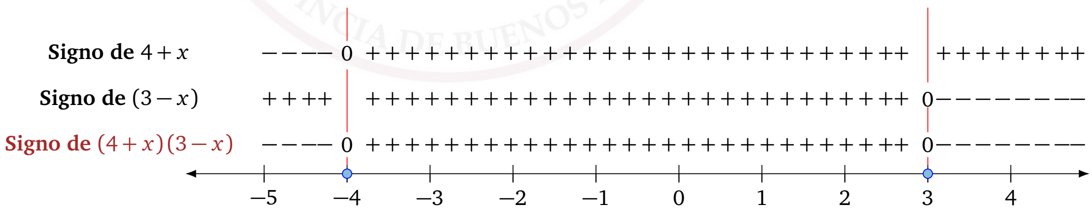
Tabla de signos:

Intervalo	$4+x$	$3-x$	$(4+x)(3-x)$
$(-\infty,-4)$	$-$	$+$	$-$
$(-4,3)$	$+$	$+$	$+$
$(3,\infty)$	$+$	$-$	$-$

Explicación:

- Para $x<-4$ (ej. $x=-5$): $4+(-5)=-1$ (negativo), $3-(-5)=8$ (positivo), producto negativo.
- Para $-4<x<3$ (ej. $x=0$): $4+0=4$ (positivo), $3-0=3$ (positivo), producto positivo.
- Para $x>3$ (ej. $x=4$): $4+4=8$ (positivo), $3-4=-1$ (negativo), producto negativo.

Paso 3. Diagrama en la recta numérica.



Paso 4. Solución. La desigualdad $(4+x)(3-x)>0$ se satisface cuando el producto es positivo, es decir, en el intervalo $\boxed{(-4,3)}$.

g. Antes de comenzar con el análisis de signos vamos a expresar la desigualdad original $\frac{3}{x-9} > \frac{2}{x+2}$ de manera que nos quede una *expresión racional* en uno de los lados de la desigualdad y *cero* del otro lado:

$$\frac{3}{x-9} - \frac{2}{x+2} > 0 \qquad \text{(Restar para llevar a un solo lado } (x \neq 9, -2))$$

$$\frac{3(x+2)-2(x-9)}{(x-9)(x+2)} > 0 \qquad \text{(Denominador común)}$$

$$\frac{3x+6-2x+18}{(x-9)(x+2)} > 0 \qquad \text{(Distribuir)}$$

$$\frac{x+24}{(x-9)(x+2)} > 0 \qquad \text{(Simplificar)}$$

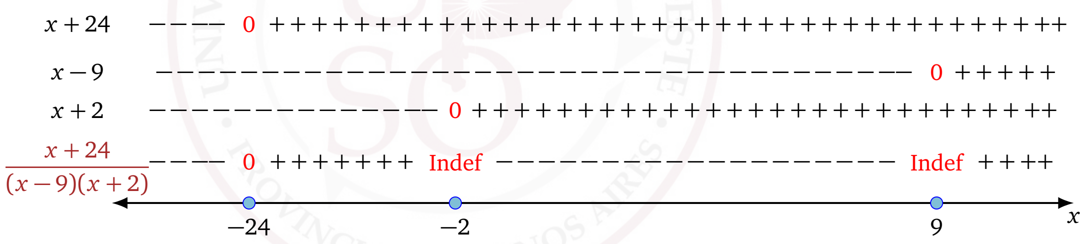
A continuación vamos a determinar los *puntos críticos* (donde el numerador o denominador se anulan), analizar los intervalos resultantes y usar un *diagrama de signos* para identificar dónde la expresión es positiva (mayor que cero).

Paso 1. Puntos Críticos. Los puntos críticos se obtienen igualando el numerador y denominador a cero:

- Numerador: $x + 24 = 0 \implies x = -24$,
- Denominador: $(x-9)(x+2) = 0 \implies x = 9$ o $x = -2$.

Puntos críticos: $x = -24$, $x = -2$, $x = 9$. Intervalos: $(-\infty, -24)$, $(-24, -2)$, $(-2, 9)$, $(9, \infty)$.

Paso 2. Diagrama de Signos. Analizamos el signo de cada factor y de la expresión completa en cada intervalo:



Paso 3. Solución. Observando el diagrama de signos, la expresión $\dfrac{x+24}{(x-9)(x+2)} > 0$ es positiva (> 0) en los intervalos:

$$(-24, -2) \quad \text{y} \quad (9, +\infty)$$

Conjunto solución: $(-24, -2) \cup (9, +\infty)$

h. De la misma forma que lo hemos hecho en el apartado **g.** debemos a expresar la desigualdad original $\dfrac{1-x}{2x+3} < -\dfrac{3}{2}$ de manera que nos quede una *expresión racional* en uno de los lados de la desigualdad y *cero* del otro lado:

$$
\begin{aligned}
\frac{1-x}{2x+3}+\frac{3}{2}&<0 && \text{(Sumar } \tfrac{3}{2} \text{ a ambos lados } (x\neq -\tfrac{3}{2}))\\
\frac{2(1-x)+3(2x+3)}{2(2x+3)}&<0 && \text{(Denominador común)}\\
\frac{2-2x+6x+9}{2(2x+3)}&<0 && \text{(Distribuir)}\\
\frac{4x+11}{2(2x+3)}&<0 && \text{(Simplificar)}\\
\frac{4x+11}{2x+3}&<0 && \text{(Multiplicando por 2 para eliminar este número del denominador)}
\end{aligned}
$$

Puntos críticos: $x=-\frac{11}{4}$ (numerador), $x=-\frac{3}{2}$ (denominador).

De lo anterior surgen los siguientes tres intervalos: $\left(-\infty,-\frac{11}{4}\right)$, $\left(-\frac{11}{4},-\frac{3}{2}\right)$, $\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)$ con los cuales deben armarse un *diagrama de signos* de manera similar a como lo hemos hecho en los apartados previos (ver apartados **f.** y **g.**, el proceso se deja a cargo del alumno). Luego de ésto obtendremos el siguiente:

Conjunto solución: $\left(-\frac{11}{4},-\frac{3}{2}\right)$

i.

$$
\begin{aligned}
7(x+3)-5(x-3)&\geq 2(x+20)-4 && \text{(Inecuación dada)}\\
7x+21-5x+15&\geq 2x+40-4 && \text{(Distribuir)}\\
2x+36&\geq 2x+36 && \text{(Simplificar ambos lados)}\\
36&\geq 36 && \text{(Restar } 2x \text{ a ambos lados)}
\end{aligned}
$$

Como $36\geq 36$ es siempre cierto, el conjunto solución es $(-\infty,\infty)$.

Solución del ejercicio 9

a. *El consecutivo de un número entero*: si el número entero es n, su consecutivo es $n+1$.

b. *El doble de un número*: si el número es x, su doble es $2x$.

c. *La cuarta parte de un número*: si el número es x, su cuarta parte es $\frac{x}{4}$.

d. *Las dos terceras partes de un número*: si el número es x, las dos terceras partes son $\frac{2}{3}x$.

e. *El promedio de dos números*: si los números son a y b, su promedio es $\frac{a+b}{2}$.

f. *El doble de un número más el triple de otro*: si los números son x y y, la expresión es $2x+3y$.

Solución del ejercicio 10

a. Tres enteros consecutivos cuya suma sea 78:
Sean los enteros n, $n+1$ y $n+2$. Entonces:

$$n+(n+1)+(n+2)=78$$

Simplificando: $3n+3=78$, $3n=75$, $n=25$.

Los enteros son: 25, 26 y 27.

Verificación: $25+26+27=78$.

b. Dos números pares consecutivos cuya suma sea 26:
Sean los números $2n$ y $2n+2$. Entonces:

$$2n+(2n+2)=26$$

Simplificando: $4n+2=26$, $4n=24$, $n=6$.

Los números son: $2n=12$ y $2n+2=14$.

Verificación: $12+14=26$.

c. Billetes de \$50, \$100 y \$200 que suman \$3500:
Sea x la cantidad de billetes de cada valor. Entonces:

$$50x+100x+200x=3500$$

Simplificando: $350x=3500$, $x=10$.

Cantidad: 10 billetes de \$50, 10 de \$100 y 10 de \$200.

Verificación: $50\cdot 10+100\cdot 10+200\cdot 10=3500$.

d. 850 ml de pintura con 2 partes concentrada y 3 partes diluyente:
Total de partes: $2+3=5$. Cada parte: $850/5=170$ ml.

Pintura concentrada: $2\cdot 170=340$ ml.
Diluyente: $3\cdot 170=510$ ml.

Verificación: $340+510=850$.

e. Unidades para cubrir un alquiler de \$15000:
Ganancia por unidad: $3000-2400=600$.
Unidades necesarias: $15000/600=25$.
Verificación: $25\cdot 600=15000$.

Respuesta: Necesita vender 25 unidades.

Solución del ejercicio 11

a. **El número real está entre 4 y 12:**
Si el número es x, la desigualdad es:

$$\boxed{4 < x < 12}$$

b. **Si a un número se le restan 3 unidades, el resultado es positivo y menor que 10:**
Sea el número x. El resultado $x-3$ debe cumplir:

$$0 < x-3 < 10$$

Resolviendo: $\boxed{3 < x < 13}$.

c. **Una temperatura agradable para ir a escalar es entre** 20° **y** 25°**:**
Si la temperatura es T, la desigualdad es:

$$\boxed{20 \leq T \leq 25}$$

Solución del ejercicio 12

A continuación, se resuelve cada situación problemática paso a paso y presento las respuestas correspondientes.

a. **Si 6 veces un número se disminuye en 2, el resultado es menor que 19:**

Sea el número x. La desigualdad es:

$$6x-2 < 19$$

Resolviendo: $6x < 21 \Rightarrow x < \frac{21}{6} = 3,5$.

Respuesta: $\boxed{\text{El número } x \text{ debe ser menor que } 3,5}$.

b. **Montacargas con peso máximo de 300 kg, operario de 80 kg y cajas de 11 kg:**
Peso disponible: $300-80 = 220$ kg. Sea n el número de cajas:

$$11n \leq 220 \Rightarrow n \leq \frac{220}{11} = 20$$

$n \leq 20$. Como n es entero, el máximo es 20.

Verificación: $11 \cdot 20 + 80 = 220 + 80 = 300$ kg.

Respuesta: $\boxed{\text{Puede subir 20 cajas como máximo.}}$

c. **Montacargas con peso máximo de 300 kg, operario de 80 kg y cajas de 12 kg:**
Peso disponible para las cajas: $300-80 = 220$ kg.

Sea n el número de cajas:

$$12n \leq 220 \Rightarrow n \leq \frac{220}{12} \approx 18.33$$

Como n es entero, el máximo es 18.

Verificación: $12 \cdot 18 + 80 = 216 + 80 = 296$ kg (< 300 kg).

Respuesta: Puede subir 18 cajas como máximo.

d. Comerciante con costos fijos de \$3000, compra a \$350 y vende a \$470:
Ganancia por unidad: $470 - 350 = 120$. Sea n el número de unidades:

$$120n \geq 3000 \Rightarrow n \geq \frac{3000}{120} = 25$$

Como n es entero, el mínimo es 25.

Verificación: $120 \cdot 25 = 3000$.

Respuesta: Debe vender como mínimo 25 unidades para no tener pérdidas.